



## Stage : Méthodes numériques et simulation haute performance pour l'imagerie 3D en milieu complexe

*Stage gratifié de 3 à 6 mois.*

*Possible poursuite en thèse avec financement garanti.*

**Contexte** Ce stage s'inscrit dans l'action exploratoire **OptiGPR3D** menée par les équipes **IDE-FIX** et **POEMS** d'Inria Saclay, dont l'objectif est d'introduire des outils de simulation versatiles et robustes qui peuvent s'adapter à des matériaux complexes tout en restant efficaces, dans la perspective de rendre l'imagerie électromagnétique 3D réalisable et certifiable par des méthodes d'inversion interprétables et optimisées. Avec un a priori associé à une méthode d'imagerie classique, pourrait-on concevoir un réseau d'émetteurs à même de fournir un éclairage optimal d'une structure cible et un réseau de capteurs permettant d'obtenir une image 3D optimale? Cette question est motivée par le besoin de dépasser les capacités actuelles d'examen non destructif des structures enfouies dans les ouvrages d'art maintenus par EDF.

**Description** Deux classes de méthodes sont généralement utilisées pour la simulation numérique des modèles physiques : la méthode des éléments finis (FEM = Finite Element Method [3]), qui est versatile et adaptée aux matériaux hétérogènes, et la méthode des éléments de frontière (BEM = Boundary Element Method [5]), qui est la plus performante sur les matériaux homogènes par morceaux et les domaines non bornés. Afin de traiter de façon optimale les différents types de matériaux, nous proposons de coupler ces deux méthodes de façon systématique. Pour ce faire nous souhaitons explorer comment associer les méthodes FEM et BEM dans des configurations multidomains complexes avec une approche de décomposition de domaine, tout en développant une analyse théorique et une mise en place numérique adaptée aux calculateurs parallèles.

Dans un premier temps, il sera demandé de se familiariser sur le plan théorique avec la méthode BEM et les techniques classiques de couplage avec la méthode FEM [2]. Une étape supplémentaire consistera à prendre en main **FreeFEM** et son interface avec les bibliothèques **HPDDM** pour la décomposition de domaine, **HTool** pour l'algèbre linéaire rapide, et **BemTool** pour les opérateurs intégraux de frontière. Avec cet écosystème logiciel, il sera possible de tester les différentes techniques de couplage pour une configuration simple où le domaine de calcul est partitionné en deux.

Le stage se concentrera ensuite sur les développements les plus récents du formalisme Multi-Trace dans le contexte de la décomposition de domaine [1] qui devraient permettre de proposer de nouvelles stratégies de couplage FEM-BEM. Celles-ci seront testées numériquement avec **FreeFEM** et feront l'objet d'une analyse théorique, permettant notamment de quantifier la vitesse de convergence des solveurs linéaires itératifs.

**Profil recherché** Étudiant-e en Master (M2) ou 3ème année d'école d'ingénieurs, avec des compétences en analyse numérique (EDP, méthodes des éléments finis, algèbre linéaire ...) et en programmation (ex. C/C++, Python, ...).

**Localisation** Unité de Mathématiques Appliquées (UMA), ENSTA Paris, 828, Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau, France.

**Durée** 3 à 6 mois, début du stage après janvier 2023.

**Gratification** Alignée sur le barème Inria standard.

**Encadrant·e·s**

- Marcella Bonazzoli (équipe Inria IDEFIX, UMA, ENSTA Paris, [marcella.bonazzoli@inria.fr](mailto:marcella.bonazzoli@inria.fr))
- Xavier Claeys (LJLL, Sorbonne Université, [xavier.claeys@sorbonne-universite.fr](mailto:xavier.claeys@sorbonne-universite.fr))
- Pierre Marchand (équipe Inria POEMS, UMA, ENSTA Paris, [pierre.marchand@inria.fr](mailto:pierre.marchand@inria.fr))

**Pour candidater** Envoyer un mail aux trois encadrant·e·s avec

- curriculum vitae,
- relevés de notes de licence et master (ou équivalents),
- lettres de recommandation éventuelles,
- rapports des projets/stages éventuels effectués au cours de la scolarité.

## Références

- [1] Xavier Claeys and Emile Parolin. Robust treatment of cross-points in optimized Schwarz methods. *Numerische Mathematik*, 2022. URL : <https://arxiv.org/pdf/2003.06657.pdf>, doi:10.1007/s00211-022-01288-x.
- [2] Martin Costabel. Principles of boundary element methods. *Computer Physics Reports*, 6(1-6) :243–274, 1987. URL : [https://perso.univ-rennes1.fr/martin.costabel/publis/Co\\_PrinciplesBEM.pdf](https://perso.univ-rennes1.fr/martin.costabel/publis/Co_PrinciplesBEM.pdf), doi:10.1016/0167-7977(87)90014-1.
- [3] Alexandre Ern and Jean-Luc Guermond. *Finite Elements I*. Springer International Publishing, 2021. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03226049/document>, doi:10.1007/978-3-030-56341-7.
- [4] Stefan A. Sauter and Christoph Schwab. *Boundary element methods*, volume 39 of *Springer Series in Computational Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 2011. doi:10.1007/978-3-540-68093-2.
- [5] Olaf Steinbach. *Numerical approximation methods for elliptic boundary value problems*. Springer, New York, 2008. doi:10.1007/978-0-387-68805-3.



## Internship: Numerical methods and high performance simulation for 3D imaging in complex media

*Funded internship for 3 to 6 months.  
Possible PhD afterwards, with secured funding.*

**Context** This internship is part of the [OptiGPR3D](#) exploratory action led by [IDEFIX](#) and [POEMS](#) teams at Inria Saclay, whose objective is to introduce versatile and robust simulation tools that can adapt to complex materials while remaining efficient, in the perspective of making 3D electromagnetic imaging feasible and certifiable through interpretable and optimized inversion methods. With an a priori provided by a classical imaging method, could we design a network of emitters that can provide an optimal illumination of a target structure and a network of receivers that makes it possible to obtain an optimal 3D image? This question is motivated by the need to go beyond the current capabilities of non-destructive testing for buried infrastructures maintained by EDF.

**Description** Two classes of methods are generally used for the numerical simulation of the physical model: the Finite Element Method (FEM) [3], which is versatile and adapted to heterogeneous materials, and the Boundary Element Method (BEM) [5], which is the most efficient for piecewise homogeneous materials and unbounded domains. In order to optimize the treatment of different types of materials, we propose to couple these two methods systematically. To do so, we wish to explore how to combine FEM and BEM methods in complex multidomain configurations with a domain decomposition approach, while allowing both a theoretical analysis and a numerical implementation adapted to parallel computers.

The first goal will be to become familiar at the theoretical level with the boundary element method, and the classical coupling techniques with the finite element method [2]. A next step will be to learn to use [FreeFEM](#) and its interface with the libraries [HPDDM](#) for domain decomposition methods, [HTool](#) for fast linear algebra, and [BemTool](#) for boundary integral operators. With this software ecosystem, it will be possible to test the different coupling techniques for a simple configuration where the computational domain is partitioned into two.

Then, the internship will focus on the most recent developments on Multi-Trace formalism in the context of domain decomposition methods [1], which should make it possible to design new FEM-BEM coupling strategies. These will be tested numerically with [FreeFEM](#) and will be analysed theoretically, in particular to quantify the convergence speed of iterative linear solvers.

**Requirements** 2nd year Master student or 3rd year Engineering School student, with skills in numerical analysis (PDE, finite element method, linear algebra ...) and programming (e.g. C/C++, Python, ...).

**Location** Unité de Mathématiques Appliquées (UMA), ENSTA Paris, 828, Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau, France.

**Duration** 3 to 6 months, starting after January 2023.

**Remuneration** Paid according to Inria scale for interns.

## Supervisors

- Marcella Bonazzoli (IDEFIX Inria team, UMA, ENSTA Paris, [marcella.bonazzoli@inria.fr](mailto:marcella.bonazzoli@inria.fr))
- Xavier Claeys (LJLL, Sorbonne Université, [xavier.claeys@sorbonne-universite.fr](mailto:xavier.claeys@sorbonne-universite.fr))
- Pierre Marchand (POEMS Inria team, UMA, ENSTA Paris, [pierre.marchand@inria.fr](mailto:pierre.marchand@inria.fr))

**To apply** Email the three supervisors with

- curriculum vitae,
- transcripts of Bachelor and Master (or equivalent) grades,
- recommendation letters (optional),
- reports on any projects/internships carried out during Bachelor or Master.

## References

- [1] Xavier Claeys and Emile Parolin. Robust treatment of cross-points in optimized Schwarz methods. *Numerische Mathematik*, 2022. URL: <https://arxiv.org/pdf/2003.06657.pdf>, doi:10.1007/s00211-022-01288-x.
- [2] Martin Costabel. Principles of boundary element methods. *Computer Physics Reports*, 6(1-6):243–274, 1987. URL: [https://perso.univ-rennes1.fr/martin.costabel/publis/Co\\_PrinciplesBEM.pdf](https://perso.univ-rennes1.fr/martin.costabel/publis/Co_PrinciplesBEM.pdf), doi:10.1016/0167-7977(87)90014-1.
- [3] Alexandre Ern and Jean-Luc Guermond. *Finite Elements I*. Springer International Publishing, 2021. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03226049/document>, doi:10.1007/978-3-030-56341-7.
- [4] Stefan A. Sauter and Christoph Schwab. *Boundary element methods*, volume 39 of *Springer Series in Computational Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 2011. doi:10.1007/978-3-540-68093-2.
- [5] Olaf Steinbach. *Numerical approximation methods for elliptic boundary value problems*. Springer, New York, 2008. doi:10.1007/978-0-387-68805-3.