



## Proposition de stage M2 Recherche Opérationnelle

*Résolution du problème de l'affectation quadratique  
par une approche hybride semidéfinie et polyédrale*

### Encadrants

- Frédéric Roupin, Professeur des Universités à l'Institut Galilée, LIPN UMR 7030, Université Paris 13, frederic.roupin@lipn.univ-paris13.fr
- Mathieu Lacroix, Maître de conférences à l'Institut Galilée, LIPN UMR 7030, Université Paris 13, mathieu.lacroix@lipn.univ-paris13.fr

**Domaines concernés** : Optimisation Combinatoire, Programmation semidéfinie, Algorithme de coupes et branchements.

**Durée-Période** : De quatre à six mois à partir d'avril 2013.

### Contexte

L'approche semidéfinie a permis récemment de proposer les meilleurs algorithmes dans le cadre de la résolution exacte de plusieurs problèmes combinatoires difficiles : la recherche d'une coupe maximale dans un graphe [4] et d'un sous-graphe dense [5]. Ces résultats ont été obtenus en renforçant de nouvelles bornes semidéfinies [6] par des coupes classiques issues de la programmation linéaire [3]. Cette approche a été valorisée en collaboration avec l'INRIA au travers du logiciel BiqCrunch :

<http://www-lipn.univ-paris13.fr/BiqCrunch/>

### Sujet

Le but du stage est de poursuivre ces travaux sur les algorithmes de coupes et branchements fondés sur des relaxations semidéfinies. Le stagiaire se focalisera sur la résolution du célèbre problème de l'affectation quadratique (QAP) : <http://www.seas.upenn.edu/qaplib/>. Les bornes semidéfinies pour ce problème étant de grande qualité, et l'ajout de coupes ayant

déjà été testé avec un certain succès en utilisant des solveurs standards [1, 2], l'intégration de nouvelles familles de coupes dans BiqCrunch pour résoudre ce problème est par conséquent très prometteuse. Le travail du stagiaire sera le suivant :

- **Un travail de synthèse et d'état de l'art** sera effectué concernant les différentes famille de coupes utilisées pour la résolution du QAP et sur les meilleures approches actuelles pour sa résolution exacte. Une attention particulière sera portée sur les contraintes valides pour ce problème.

- **Une intégration de ces nouvelles coupes** sera effectuée au sein du logiciel BiqCrunch afin de résoudre le problème QAP. Le logiciel servira de support à une étude expérimentale.

- **Un travail théorique** sera effectué en parallèle de la partie expérimentale. En particulier, des algorithmes de séparation spécifiques seront mis au point pour les coupes dans le cadre de la programmation semidéfinie.

Ce stage (rémunéré) pourra déboucher éventuellement sur une thèse, et se déroulera au laboratoire LIPN de l'Université Paris Nord au sein de l'équipe AOC (Algorithmique et Optimisation Combinatoire).

## Références

- [1] A. Faye, et F. Roupin. "A cutting planes Algorithm based upon a Semidefinite relaxation for the Quadratic Assignment Problem". European Symposium on Algorithms, ESA 2005, pages 850-861, Lecture Notes in Computer Science 3669, 2005.
- [2] C. Helmberg. "The ConicBundle Library for Convex Optimization", <http://www-user.tu-chemnitz.de/~helmberg/ConicBundle/>, 2011.
- [3] A.R. Mahjoub, "Polyhedral Approaches", in Concepts of Combinatorial Optimization, V. Paschos (Ed.) pp. 261-324, 2010.
- [4] N. Krislock, J. Malick et F. Roupin. "Improved semidefinite bounding procedure for solving Max-Cut problems to optimality", Mathematical Programming A, DOI 10.1007/s10107-012-0594-z, 2012.
- [5] J. Malick et F. Roupin. "Solving k-cluster problems to optimality using adjustable semidefinite programming bounds", Mathematical Programming B, 136(2) pp 279-300, 2012.
- [6] J. Malick et F. Roupin. "On the bridge between combinatorial optimization and non-linear optimization : a family of semidefinite bounds leading to Newton-like methods", Mathematical Programming B, DOI 10.1007/s10107-012-0628-6, 2012.