

Proposition de sujet de stage

Niveau : Master 2 ou dernière année ingénieur

Sujet du stage

Nous considérons ici le problème d'optimisation quadratique en variables entières ou réelles (MIQP). La fonction économique et les contraintes sont définies par des fonctions quadratiques. Ce problème est très général et a de nombreuses applications. Les programmes linéaires en variables entières ou réelles (MILP) en sont des cas particuliers. Les programmes quadratiques continus en sont d'autres cas particuliers.

Nous nous intéressons à la « résolution exacte » c'est à dire au calcul d'un optimum global de (MIQP). Nous souhaitons proposer une méthode générale de résolution.

Nous travaillons depuis maintenant une quinzaine d'années (cf. références bibliographiques) sur la résolution exacte de cas particuliers de (MIQP) : cas où toutes les variables sont binaires avec ou sans contraintes, cas où toutes les contraintes sont linéaires, cas où toutes les variables sont entières. Dans différentes publications, nous utilisons l'approche suivante : le programme mathématique (P) de départ est reformulé en un programme (P') qui lui est équivalent au sens où en résolvant l'un on résout l'autre. Mais (P') est tel que sa relaxation continue est un problème convexe, ce qui n'est pas le cas de (P). Il en découle que (P') peut être résolu par un algorithme classique de Branch-and-Bound et même qu'il peut être pris en charge tel quel par des logiciels standard comme Cplex. Il n'est pas difficile de construire une reformulation équivalente (P') de (P). Il en existe même plusieurs possibles. Nous cherchons alors à trouver une reformulation équivalente (P') dont la résolution soit ensuite la plus efficace possible. Nous basons notre critère d'efficacité sur la valeur de la borne fournie par la relaxation continue et prouvons que la meilleure reformulation (P') dans ce cadre peut être obtenue par la résolution d'un problème de programmation semi-définie positive. La reformulation basée sur la programmation semi-définie a contribué à la spécificité d'une série de travaux que nous avons menés et ont donné lieu à une méthode générale nommée depuis QCR pour Quadratic Convex Reformulation. Nous avons dans ces différents travaux implémenté les algorithmes généraux de résolution et prouvé leur efficacité sur des problèmes particuliers de la littérature comme max-cut, le problème du sous-graphe le plus dense, le problème de placement de tâches dans les systèmes distribués ...

Nos travaux précédents se heurtent à une limite importante : le cas où (MIQP) contient des sous-fonctions quadratiques de variables continues. C'est cette limite que nous souhaitons lever dans le cadre de ce stage.

Ce stage aura lieu dans le cadre d'un projet du Programme Gaspard Monge pour l'Optimisation <http://www.fondation-hadamard.fr/pgmo/> Il pourra être prolongé par une thèse.

Nous espérons présenter les résultats de ce travail à la conférence IFORS 2014 <http://www.ifors2014.org/>

Bibliographie

[1] A. Billionnet , S. Elloumi - Using a Mixed Integer Quadratic Programming Solver for the Unconstrained Quadratic 0-1 Problem, Mathematical Programming, vol. 109(1), pp. 55-68, 2007,

(doi:10.1007/s10107-005-0637-9)

[2] A. Billionnet , S. Elloumi , M. Plateau - Quadratic 0-1 programming : tightening linear or quadratic convex reformulation by use of relaxations, RAIRO, Operations Research, vol. 42(2), pp. 103-121, 2008, (doi:10.1051/ro:2008011)

[3] A. Billionnet , S. Elloumi , A. Lambert - Extending the QCR method to the case of general mixed integer programs, Mathematical Programming, vol. 131(1), pp. 381-401, 2012, (doi:10.1007/s10107-010-0381-7)

[4] J. Lee and S. Leyffer. Mixed Integer Nonlinear Programming. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, vol 154. Springer New York 2012

[5] A. Billionnet, S. Elloumi et A. Lambert - A Branch and Bound algorithm for general mixed-integer quadratic programs based on quadratic convex relaxation, Journal of Combinatorial Optimization. To appear, 2012 (doi: 10.1007/s10878-012-9560-1)

[6] M Tawarmalani, NV Sahinidis. Convexification and global optimization in continuous and mixed-integer nonlinear programming: theory, algorithms, software, and applications. Kluwer 2002.

Encadrants :

Alain Billionnet, alain.billionnet@ensiie.fr

Sourour Elloumi, sourour.elloumi@ensiie.fr

Amélie Lambert, amelie.lambert@cnam.fr

Lieu :

CEDRIC, Cnam, Paris 3^{ème} ou ENSIIE, Evry

Durée :

6 mois

Rémunération :

oui