

# Étude des problèmes du $p$ -centre et de $p$ -dispersion

## Sujet

Considérons  $N$  clients,  $M$  centres ainsi que les distances  $\{d_{ij}\}_{i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{1, \dots, M\}}$ . Le problème du  $p$ -centre consiste à sélectionner jusqu'à  $p$  centres de telle sorte que la distance maximale (ou *rayon*) entre un client et le centre sélectionné qui lui est le plus proche, soit minimale.

Ce problème peut être résolu par un algorithme de recherche dichotomique calculant, dans un premier temps, une borne inférieure de très bonne qualité nommée  $LB^*$ , puis effectuant, dans un second temps, une résolution optimale du problème [1].

Le premier objectif de ce stage sera d'étudier dans quelle mesure l'utilisation de deux nouvelles formulations, équivalentes à celle considérée dans [1], peut permettre une amélioration du temps de calcul de la borne  $LB^*$ . Dans ce cadre, nous nous intéresserons, notamment, à l'étude des polyèdres associés à ces formulations.

Le problème de  $p$ -dispersion consiste à sélectionner  $p$  centres parmi  $M$  de telle sorte que la distance minimale entre deux centres soit maximale. Tout comme pour le problème du  $p$ -centre, diverses méthodes de résolution peuvent être employées pour résoudre ce problème. Par exemple, Pisinger propose une méthode de recherche dichotomique [2], tandis qu'en 2017 Sayah et Irnich ont proposé une nouvelle formulation compacte du problème résolue par *branch-and-cut* [3]. Le second objectif de ce stage sera d'adapter l'approche dichotomique en deux étapes de [1] (*i.e.*, recherche d'une borne similaire à  $LB^*$ , puis résolution exacte) au problème de  $p$ -dispersion, puis de comparer ses performances à celles d'autres méthodes de résolution.

## Candidat

Le candidat doit posséder de bonnes compétences en programmation mathématique ainsi qu'en programmation dans au moins un des langages suivants : C++, Java, OPL, AMPL.

## Encadrement et conditions matérielles

Superviseurs

- Zacharie ALES ([zacharie.ales@ensta-paristech.fr](mailto:zacharie.ales@ensta-paristech.fr));
- Sourour Eloumi ([sourour.elloumi@ensta-paristech.fr](mailto:sourour.elloumi@ensta-paristech.fr)).

Indemnités : 550 euros par mois

Lieu :

- UMA ENSTA, ParisTech, Palaiseau ; ou
- Laboratoire CEDRIC, CNAM, 2 rue Conté, Paris

## Références

- [1] Sourour Elloumi, Martine Labbé, and Yves Pochet. A new formulation and resolution method for the  $p$ -center problem. *INFORMS Journal on Computing*, 16(1) :84–94, 2004.
- [2] David Pisinger. Upper bounds and exact algorithms for  $p$ -dispersion problems. *Computers & operations research*, 33(5) :1380–1398, 2006.
- [3] David Sayah and Stefan Irnich. A new compact formulation for the discrete  $p$ -dispersion problem. *European Journal of Operational Research*, 256(1) :62–67, 2017.