

Proposition de sujet de stage

Niveau : 3ème année ingénieur ou Master 2

Titre : « Résolution de programmes polynomiaux, approche par relaxation quadratique convexe »

Sujet : La résolution des programmes polynomiaux représente un domaine actif de la recherche car cette classe de problèmes a de nombreuses applications. Une des difficultés de la résolution globale de cette classe de problèmes réside dans la nature non-convexe à la fois de la fonction à optimiser et/ou des contraintes. Traditionnellement, ces problèmes sont résolus par un algorithme de branch-and-bound. Cet algorithme est basé sur deux opérations : l'évaluation (bounding) et la séparation (branching). Ainsi à chaque nœud de l'arbre de recherche l'évaluation consiste à calculer une borne, basée sur une relaxation convexe du problème de départ, et la séparation à modifier la région réalisable du problème en faisant varier les bornes d'une variable.

Nous avons récemment développé un algorithme de résolution de problèmes polynomiaux ayant des variables binaires, appelé PQCR (Polynomial Quadratic Convex Reformulation). Cet algorithme fonctionne en 3 phases. Dans la première, nous appliquons au problème initial un algorithme de quadratisation pour obtenir un problème équivalent noté (QP), dont la fonction objectif est quadratique et les contraintes sont linéaires. Dans la deuxième phase, nous convexifions (QP) en utilisant des fonctions nulles issues de la phase de quadratisation. Nous calculons ensuite la meilleure convexification (QP*) en utilisant la programmation semidéfinie positive. La troisième phase consiste à résoudre (QP*) par un solveur standard.

Le travail à effectuer dans ce stage est à la fois théorique et expérimental. En effet, le travail théorique portera sur l'extension de la méthode PQCR aux problèmes ayant des variables continues. La principale difficulté apparaissant en considérant cette classe plus large de problèmes est qu'il n'est plus possible d'exprimer linéairement l'égalité entre une variable additionnelle et un produit de variables initiales. Nous proposons ici de contourner cette difficulté grâce à un spatial branch-and-bound. Le travail expérimental consistera à implanter les méthodes de résolution proposées et de tirer les conclusions de leur comparaison expérimentale. On utilisera pour ce faire les logiciels standards de programmation mathématique.

Connaissances requises :

Cours de programmation mathématique.

Connaissance d'un langage quelconque de programmation

Encadrants :

Sourour Elloumi, Professeur, CEDRIC-ENSTA, sourour.elloumi@ensta-paristech.fr

Amélie Lambert, Maître de Conférences, CEDRIC-Cnam, amelie.lambert@cnam.fr

Arnaud Lazare, Doctorant, CEDRIC-ENSTA, arnaud.lazare@ensta-paristech.fr

Lieu : CEDRIC-Cnam (Paris) ou ENSTA (Palaiseau).

Durée : 6 mois

Poursuite en thèse : oui

Références :

S. Elloumi, A. Lambert, A. Lazare. « Solving unconstrained 0-1 polynomial programs through quadratic convex reformulation ». Preprint, September 2018.

S. Elloumi, A. Lambert. « Global solution of non-convex quadratically constrained quadratic programs », *Optimization Methods and Software*, pp. 1-22, 2017.

A. Billionnet, S. Elloumi, A. Lambert. « Exact quadratic convex reformulations of mixed-integer quadratically constrained problems », *Mathematical Programming*, vol. 158(1-2), pp. 235-266, 2016.