

Stage de master en recherche opérationnelle

Etudes des d-bloqueurs et d-transversaux de coût minimal pour les couplages ou les ensembles stables de cardinal maximal

Equipe Optimisation Combinatoire (CEDRIC-CNAM-ENSTA)

Soit $G = (V, E)$ un graphe simple non orienté et sans boucle. Nous notons $\nu(G)$ la cardinalité maximale d'un couplage. Nous définissons un d -bloqueur des couplages comme un ensemble d'arêtes $B \subseteq E$ tel que $\nu(V, E \setminus B) \leq \nu(G) - d$ et un d -transversal comme un ensemble d'arêtes $T \subseteq E$ tel que $|M \cap T| \geq d$ pour tout couplage maximum M . Un d -bloqueur (resp. d -transversal) est dit minimum lorsque sa cardinalité est minimale. Pour $d=1$ un d -bloqueur (resp. d -transversal) est appelé bloqueur (resp. transversal). De cette façon, les problèmes de d -bloqueurs sont proches des problèmes qui consistent à ôter un nombre minimum d'arêtes d'un graphe afin que le graphe partiel obtenu respecte une propriété donnée.

Tout d -bloqueur est un d -transversal; il existe des d -transversaux qui ne sont pas des d -bloqueurs. la recherche d'un d -bloqueur (resp. d -transversal) de cardinal minimal des couplages est un problème NP-difficile même lorsque G est biparti. On s'intéressera donc à des sous-classes de ces graphes, arbres, grilles, chaînes..., pour lesquelles le problème est polynomial. Associons un coût positif à chaque arête du graphe; on étudiera la recherche d'un d -bloqueur ou d'un d -transversal de coût minimal.

Considérons maintenant les problèmes de d -bloqueur et d -transversal définis de façon similaire pour les ensembles stables de cardinal maximum. Le problème de la recherche du d -bloqueur et du d -transversal de cardinal minimal est polynomial dans un graphe biparti. Associons un coût positif à chaque sommet du graphe; on étudiera la recherche d'un d -bloqueur et d'un d -transversal de coût minimal.

Bibliographie initiale

M.-C. Costa, D. de Werra, C. Picouleau, Minimum d -blockers and d -transversals in graphs, *Journal of Combinatorial Optimization* 22 (4) (2011) 857-872.

R. Zenklusen, B. Ries, C. Picouleau, D. de Werra, M.-C. Costa, C. Bentz, Blockers and Transversals, *Discrete Mathematics* 309(13) (2009) 4306-4314.

Encadrement: Marie-Christine Costa et Christophe Picouleau. Laboratoire CEDRIC, CNAM, ENSTA.

Durée du stage: 5 mois à partir du 1 avril.

Lieu du stage: ENSTA ParisTech (Paris 15^{ème}) et CNAM (Paris 3^{ème})

Indemnité: environ 450 € par mois (indemnités officielles = 1/3 SMIC).