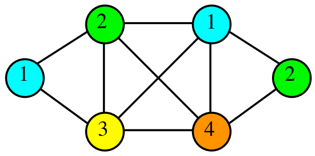
SOMME COLORATION DE GRAPHE, RESOLUTION PAR SOLVEUR SAT

Mots clés : Coloration de graphe, somme coloration, cliques, SAT.

Objectif du stage : Nous souhaitons étudier à travers ce stage, un problème de coloration de graphe dérivé, la somme coloration pondérée minimale. Le but sera non seulement d'étudier mais également de développer un algorithme permettant de résoudre le problème de la somme coloration de graphe par une modélisation sous forme de clauses SAT (solveur SAT).

Sujet du stage Le problème de *somme coloration pondérée minimale* reprend les définitions et contraintes de la coloration basique, en ajoutant de nouvelles contraintes, de nouvelles données et en redéfinissant l'objectif. Il s'agit comme dans le problème basique de colorier les sommets du graphe en respectant les contraintes de voisinage. De plus, à chaque couleur i est associé un poids et l'objectif est de définir une coloration dont la somme des poids est minimale. Ce problème généralisé de coloration peut être réduit en considérant que les poids associés aux couleurs c1, c2,….,ck sont respectivement les entiers consécutifs 1, 2,….,k. On parle alors de *somme coloration minimale*. Ainsi, la figure 1 ci-dessous montre une somme coloration optimale du graphe, notée Σ(G) utilisant les entiers 1, 2, 3 et 4.



$$\Sigma\ (G) = 13$$
$$s(G) = \chi\ (G) = 4$$

Figure 1

Un exemple d'application est le problème d'allocation de ressources quand le but est de minimiser le temps de réponse moyen des machines, ce qui revient à minimiser la somme des temps d'achèvement des processus. On notera $j_1, j_2, \ldots j_n$ les processus à effectuer et f_1, $f_2, \ldots f_m$ les ressources dont les processus ont besoin pour se réaliser. Chaque processus s'exécute en une unité de temps et requiert un accès exclusif à une ressource donnée (j_i et j_k ne peuvent accéder en même temps à la ressource f_s). L'ensemble de ces contraintes est modélisé par un graphe dont les sommets représentent les processus, et il existe une arête entre deux sommets j_i et j_k, si ces deux processus ont besoin d'accéder à une même ressource f_s. Une somme coloration minimale du graphe ainsi obtenu fournira un ordonnancement des processus avec un temps de réponse moyen optimal. La figure 2 illustre un exemple de 5 processus, et 4 ressources. Le premier schéma montre quels sont les besoins de chaque processus, on en déduit le graphe des conflits et la somme coloration optimale Σ(G)=9. Le temps moyen minimal de réponse des processus est donc de 1.8 .

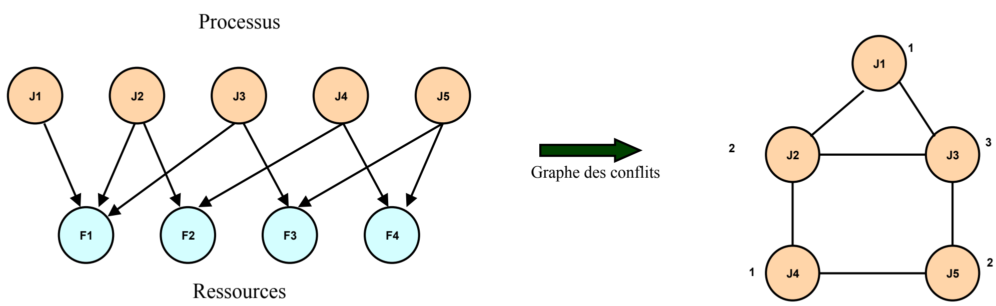


Figure 2

Contact : Yu LI (email: yu.li@u-picardie.fr tel : 03 22 82 59 00)
Encadrement : Yu LI & Corinne LUCET
Lieu du stage : Equipe Graphes et Optimisation Combinatoire, Laboratoire Modélisation, Information & Système, Université de Picardie Jules Verne, Amiens
Rémunération : 487€/mois
Durée : 4 mois