



Proposition de stage de fin d'études - 1er semestre 2022

“Décomposition croisée en génération de colonnes”

Contexte :

Plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire reposent sur un croisement de plusieurs structures combinatoires. C'est le cas du problème de planification d'unités de production électrique, appelé Unit Commitment Problem (UCP) qui consiste à décider des marches et arrêts d'unités sous la contrainte de satisfaire la demande sur un horizon de temps discret (journalier) en respectant des contraintes techniques. Deux structures se croisent dans le problème de l'UCP : une structure de sac-à-dos à chaque pas de temps et une structure de planification de chaque unité, ce qui couple ainsi dynamiquement les pas de temps. D'autres problèmes ont une structure similaire, comme en particulier le problème de l'UCP pour les vallées hydroélectriques, le problème de multi-flots entiers, le problème du p-médian ou du sac-à-dos multiple.

Ces problèmes se formulent classiquement par des programmes linéaires de très grande taille. Afin de résoudre de tels programmes, des techniques de décomposition comme la génération de colonnes ou la décomposition Lagrangienne s'appuient fortement sur un choix d'inégalités à dualiser, produisant un nombre exponentiel de variables à prendre en compte.

La décomposition croisée consiste à simultanément considérer plusieurs sous-structures lors de la même décomposition. La gestion de ces sous-structures peut être réalisée en dupliquant des sous-ensembles de variables et en les liant par des égalités (ou inégalités) dans le problème maître. Pour le cas particulier de l'UCP, cette technique a été utilisée avec succès pour améliorer la qualité des relaxations par rapport à une décomposition classique par unité, i.e. par dualisation de la demande.

La décomposition croisée basée sur la relaxation Lagrangienne est bien connue dans la littérature et est classiquement appelée “variable splitting” ou “décomposition Lagrangienne” [2]. Cette technique a été appliquée aux problèmes de flots [1] et au problème de l'affectation généralisée [3]. Elle a été également appliquée au problème de l'UCP au sein d'EDF [4].

En comparaison, la décomposition croisée basée sur la génération de colonnes est moins classique et a été assez peu mise en pratique [5, 6].

Objectifs du stage :

L'objectif de ce stage est tout autant une étude théorique de la méthode qu'une mise en œuvre pratique de décompositions croisées en génération de colonne, sur différents problèmes.

Un précédent stage [8] a proposé une première étude théorique qui pourra constituer une base de travail. De plus, la prise en main expérimentale sera facilitée par l'existence au sein du projet d'un code (C++, SCIP) concernant l'UCP, qui a permis d'obtenir une relaxation de bonne qualité [7, 8] et qui devrait être facilement réutilisable pour d'autres problèmes.

Le stage portera d'une part sur des aspects méthodologiques liés à la décomposition croisée en génération de colonnes :

- Un travail sur les bornes inférieures obtenues au cours des itérations de génération de colonnes, ainsi que sur l'amélioration de la convergence, a été amorcé dans [8], et pourrait être étendu à la fois d'un point de vue pratique et théorique.

- Une autre perspective est de prolonger les relaxations obtenues par décomposition croisée, soit par une méthode de branchement (Branch&Price), soit par des heuristiques basées sur des solutions fractionnaires (par exemple Price&Branch) [9]. En effet la bonne qualité de la relaxation est souvent un facteur clef de la bonne qualité des solutions ainsi obtenues.

L'idée étant de dégager une approche générique pour la mise en œuvre de la méthode de décomposition croisée, ces méthodes seront implémentées et testées sur différents problèmes combinatoires :

- Le code développé dans [8] pourra être utilisé pour valider et comparer les différentes méthodes appliquées à l'UCP. En particulier, différentes structures de décomposition croisée ont été proposées et mériteraient d'être approfondies et comparées.
- Un autre objectif du stage est d'implémenter la décomposition croisée en génération de colonne à un autre problème combinatoire, comme par exemple le sac-à-dos multiple ou le multi-flot.

Le sujet de ce stage s'inscrit dans le projet PGMO¹ intitulé "Overlapping decomposition in column generation" rassemblant des chercheurs de EDF R&D et de deux laboratoires d'informatiques le LIP6² et le LIPN³. Suite à ce stage, une poursuite en thèse n'est pas prévue dans le cadre de ce projet PGMO. Toutefois, le sujet de recherche implique plusieurs acteurs industriels et universitaires qui peuvent proposer une suite en thèse sur ce sujet ou un sujet proche.

Conditions matérielles :

Ce stage est réalisé dans le cadre d'un projet PGMO en collaboration entre EDF R&D (département OSIRIS) et le laboratoire LIP6.

Employeur :	Laboratoire LIP6 dans le cadre d'une convention de stage académique
Lieu du stage :	LIP6, 4 place Jussieu, 75005 Paris
Durée :	5-6 mois entre février et octobre 2022
Rémunération :	Gratification stage
Connaissances requises :	Deuxième année de Master Recherche ou troisième année d'école d'ingénieur
Profil :	Mathématiques appliquées, Informatique, Optimisation combinatoire, RO
Informatique :	Programmation orientée objet, C++

Encadrement :

Pascale Bendotti	(EDF, membre associé LIP6)	pascale.bendotti@lip6.fr
Pierre Fouilhoux	(LIPN, Sorbonne Paris Nord)	pierre.fouilhoux@lipn.fr
Cécile Rottner	(EDF)	cecile.rottner@edf.fr

Références

- [1] Fred Glover and Darwin Klingman. Layering strategies for creating exploitable structure in linear and integer programs. *Mathematical Programming*, 40(1-3) :165-181, 1988.
- [2] Monique Guignard and Siwhan Kim. Lagrangean decomposition for integer programming : theory and applications. *RAIRO-Operations Research*, 21(4) :307-323, 1987.
- [3] Kurt Jörnsten and Mikael Näsberg. A new lagrangian relaxation approach to the generalized assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 27(3) :313-x323, 1986.
- [4] A. Renaud. Daily generation management at Electricité de France : From planning towards realtime. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38, 1993.
- [5] Carina Maria Oliveira Pimentel , Filipe Pereira e Alvelos and José Manuel Valério de Carvalho. Comparing Dantzig-Wolfe decompositions and branch-and-price algorithms for the multi-item capacitated lot sizing problem. *Methods & Software*, 25(2), 299-319, 2010.
- [6] Lucas Létocart, Nora Touati Mouncla and Anass Nagih. Dantzig-Wolfe and Lagrangian decompositions in integer linear programming. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 4(3), 247-262, 2011.
- [7] Cécile Rottner. Combinatorial aspects of the Unit Commitment Problem. Doctoral dissertation (2018).
- [8] Alexis Schneider. Column generation in overlapping structures (rapport de stage de M2) (2021).
- [9] François Vanderbeck. Branching in branch-and-price : a generic scheme. *Mathematical Programming*, 130(2), 249-294, 2011.

1. Gaspard Monge Program for Optimization, operations research, and their interactions with data science
 2. Laboratoire d'informatique de Sorbonne Université
 3. laboratoire d'informatique de Sorbonne Paris Nord