Sujet de master 2

Titre : Méthodes à intervalles de convexification quadratique pour l'optimisation globale en variables mixtes-entières

Encadrants : Sourour Elloumi (ENSTA Paris), Amélie Lambert (CNAM Paris), Bertrand Neveu (Ecole des Ponts), Gilles Trombettoni (Université de Montpellier).

Description : Le but du stage est de proposer une méthode à intervalles produisant une relaxation convexe non polyédrale d'un problème d'optimisation globale sous contraintes.

Les solveurs d'optimisation globale sous contraintes basés sur une recherche arborescente (*branch & bound*) offrent la garantie d'obtenir avec une précision donnée la meilleure solution à des problèmes non convexes (fonction-objectif non convexe et contraintes non convexes) [10, 8, 1, 9, 3].

Ces solveurs appliquent en certains noeuds de l'arbre de recherche des techniques de convexification du problème [7, 5].

L'arithmétique d'intervalles permet des calculs sur des fonctions non convexes d'expression très générale, mais n'offre à ce jour pas de méthode de convexification non polyédrale. La version intervalles de la formule de Taylor à l'ordre 1 (forme centrée) ne produit en général même pas une approximation polyédrale convexe, mais une linéarisation par morceaux. La variante X-Taylor utilise comme point d'expansion un sommet du domaine (et non pas le centre) pour obtenir une relaxation polyédrale convexe [2]. Une réécriture de cette forme centrée est à la base d'une autre approche de convexification polyédrale moins performante [6]. Une troisième approche repose sur l'arithmétique affine qui propose une convexification polyédrale de chaque opérateur des fonctions considérées.

Le but de ce stage est de proposer une méthode de convexification non polyédrale, a priori quadratique, basée sur les intervalles. Un point de départ est la formule de Taylor intervalles au second ordre. Une relaxation d'un problème non convexe devrait pouvoir être obtenue en considérant certains points d'expansion, mais produire une relaxation convexe semble être difficile. Une relaxation non convexe pourrait aussi être convexifiée par la méthode SDP de SMIQP [4].

Travail à réaliser

- Etude de l'état de l'art : convexification en optimisation globale et relaxations basées sur les intervalles.
- Proposition de relaxations à intervalles non polyédrales.
- Etude des propriétés théoriques et/ou expérimentales des relaxations proposées.
- Implantation en C/C++ avec SMIQP et la bibliothèque à intervalles Ibex [].

Pré-requis : des connaissances en programmation mathématique ou en analyse par intervalles sont un plus.

Lieu : Le stage se déroulera au laboratoire LIRMM de Montpellier et/ou à Palaiseau dans les locaux de l'ENSTA Paris. Des visites chez l'ensemble des partenaires sont envisagées.

Contacts : Sourour Elloumi sourour.elloumi@ensta-paris.fr et
Gilles Trombettoni gilles.trombettoni@lirmm.fr

Références

[1] T. Achterberg. SCIP : Solving Constraint Integer Programs. *Math. Program. Comput.*, 1(1) :1–41, 2009.

[2] I. Araya, G. Trombettoni, and B. Neveu. A Contractor Based on Convex Interval Taylor. In *CPAIOR*, pages 1–16. LNCS 7298, 2012.

[3] P. Belotti. Couenne, a user's manual, 2013. `www.coin-or.org/Couenne/`.

[4] A. Billionnet, S. Elloumi, and A. Lambert. Extending the QCR method to the case of general mixed integer program. *Mathematical Programming*, 131(1) :381–401, 2012.

[5] A. A. Keller. Convex underestimating relaxation techniques for nonconvex polynomial programming problems : computational overview. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, 24(3-4) :129–143, 2015.

[6] L. V. Kolev. A New Method for Global Solution of Systems of Non-Linear Equations. *Reliable Computing*, 4(2) :125–146, 1998.

[7] L. Liberti. *Reformulation and Convex Relaxation Techniques for Global Optimization*. PhD thesis, Imperial College London, 2004.

[8] R. Misener and C.A. Floudas. ANTIGONE : Algorithms for coNTinuous / Integer Global Optimization of Nonlinear Equations. *J. Global Optimization (JOGO)*, 59(2–3) :503–526, 2014.

[9] L.E. Schrage. *Optimization Modeling With LINDO*. Brooks/Cole, 1997.

[10] M. Tawarmalani and N. V. Sahinidis. A Polyhedral Branch-and-Cut Approach to Global Optimization. *Mathematical Programming*, 103(2) :225–249, 2005.