

## PROPOSITION STAGE DE FIN D'ÉTUDE 2024-2025

**Object :** Contributions à la résolution de problèmes mécaniques par des techniques d'optimisation semi-définie positive (SDP)

### Contacts/Encadrement :

- Agnès Fliscounakis, [agnes.fliscounakis@strains.fr](mailto:agnes.fliscounakis@strains.fr), STRAINS, France.
- François Pacaud, [francois.pacaud@minesparis.psl.eu](mailto:francois.pacaud@minesparis.psl.eu), Mines Paris-PSL, France.
- Jérémy Bleyer, [jeremy.bleyer@enpc.fr](mailto:jeremy.bleyer@enpc.fr), Laboratoire Navier, France.

### Description du sujet

La société STRAINS développe depuis plus de 10 ans un logiciel de calcul mécanique à destination des ingénieurs du génie civil : Digital Structure (voir [1-14]). Ce logiciel donne accès à des méthodes de calculs poussées qui deviennent de plus en plus nécessaires dans les missions d'expertises de diagnostic sur l'existant.

L'innovation proposée dans l'outil Digital Structure est de formuler l'ensemble des problèmes mécaniques comme un problème d'optimisation sous contraintes ([15], [16]). Ce problème est alors résolu par un solveur de type « point intérieur » développé en interne. Actuellement les différents problèmes peuvent se catégoriser en 2 grandes familles : des problèmes de type SOCP pour le comportement de type acier et des problèmes de type SDP pour le comportement de type béton ou sol.

Le sujet du stage concerne l'amélioration de la performance de résolution pour la famille de problèmes afférents au béton ou au sol. La physique de ces matériaux impose la résolution de problème SDP de grande taille, avec en particulier l'exigence que les valeurs propres demeurent négatives ou nulles. Avec la méthode de résolution actuelle ce type de problème montrent une qualité de convergence très médiocre.

Une piste d'amélioration serait de transformer les contraintes SDP imposées à des matrices 3x3 (tenseur des contraintes) en un ensemble de contraintes non linéaires obtenues grâce à l'expression analytique des valeurs propres d'une matrice 3x3. Le stage proposé vise à examiner les améliorations engendrées par cette autre formulation.

Une fois extraite l'expression analytique des valeurs propres, nous pouvons calculer leurs dérivées sous certaines conditions. Pour ce faire, nous pouvons soit appliquer le théorème des fonctions implicite au polynôme caractéristique de la matrice, soit utiliser directement un outil de différentiation automatique [17, 18].

Le calcul des dérivées permet d'utiliser un solveur d'optimisation non-linéaire (comme Ipopt) pour la résolution. Nous chercherons à évaluer les dérivées secondes du modèle pour améliorer la convergence du solveur, soit en utilisant des méthodes de quasi-Newton (LBFGS), soit en essayant de calculer exactement les dérivées secondes.

La méthode obtenue sera comparée avec un solveur SDP classique comme Mosek. Si nous réussissons à obtenir une méthode plus robuste, une intégration dans le solveur d'optimisation de STRAINS sera envisagée.

### **Contexte du stage :**

Le stage s'effectuera premier semestre 2025 au laboratoire Centre Automatique et Systèmes des Mines de Paris – PSL.

Il sera rémunéré 800€ par mois et devra s'étendre sur une durée minimale de 4 mois.

### **Bibliographie :**

- [1] *El Boustani, Chadi. (2020). Innovative optimization-based numerical methods for modeling the non-linear behavior of steel structures.*
- [2] *El Boustani, Chadi & Bleyer, Jeremy & Sab, Karam. (2021). Limit Analysis of Complex 3D Steel Structures Using Second-Order Cone Programming. 10.1007/978-3-030-48834-5\_3.*
- [3] *El Boustani, Chadi & Bleyer, Jeremy & Arquier, Mathieu & Ferradi, Mohammed Khalil & Sab, Karam. (2020). Elastoplastic and limit analysis of 3D steel assemblies using second-order cone programming and dual finite-elements. Engineering Structures. 221. 10.1016/j.engstruct.2020.111041.*
- [4] *El Boustani, Chadi & Bleyer, Jeremy & Arquier, Mathieu & Sab, Karam. (2020). Extending interior-point methods to nonlinear second-order cone programming: Application to finite-strain elastoplasticity. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 122. 10.1002/nme.6537.*
- [5] *El Boustani, Chadi & Bleyer, Jeremy & Arquier, Mathieu & Ferradi, Mohammed Khalil & Sab, Karam. (2020). Dual finite-element analysis using second-order cone programming for structures including contact. Engineering Structures. 208. 109892. 10.1016/j.engstruct.2019.109892.*
- [6] *El Boustani, Chadi & Bleyer, Jeremy & Sab, Karam & Arquier, Mathieu & Ferradi, Mohammed Khalil. (2019). Analyse des structures par optimisation convexe : application aux charpentes métalliques.*
- [7] *Fliscounakis, Agnès & El Boustani, Chadi. (2022). Local Mesh Refinement for Displacement-Based and Equilibrium-Based Finite Elements. 10.1007/978-981-16-7160-9\_36.*
- [8] *Bleyer, Jeremy. (2015). Méthodes numériques pour le calcul à la rupture des structures de génie civil. 10.13140/RG.2.1.1217.2888.*
- [9] *Vincent, Hugues. (2018). Développement d'un modèle de calcul de la capacité ultime d'éléments de structure (3D) en béton armé, basé sur la théorie du calcul à la rupture.*
- [10] *Vincent, Hugues & Arquier, M. & Bleyer, Jeremy & Belletti, P.. (2018). Ultimate limit state design of three-dimensional reinforced concrete structures: A numerical approach.*
- [11] *Vincent, Hugues & Arquier, Mathieu & Bleyer, Jeremy & de Buhan, Patrick. (2018). Yield Design Based Numerical Analysis of Three-dimensional Reinforced Concrete. S3-69. 10.2749/nantes.2018.s3-69.*

- [12] Fliscounakis, Agnès & Arquier, Mathieu & Ferradi, Mohammed Khalil & Cespèdes, Xavier. (2023). *Assessing 3D Concrete Structures at ULS with Robust Numerical Methods*. 10.1007/978-3-031-07746-3\_13.
- [13] Fliscounakis, Agnès & Ferradi, Mohammed Khalil & Arquier, M. (2022). *Externally prestressed concrete: anchor block 3D yield design*.
- [14] Mohammed-Khalil Ferradi, Agnès Fliscounakis, Xavier Cespèdes, (2024). *Steel optimization for reinforced concrete using an equilibrium-based formulation, Structural and Multidisciplinary Optimization*.
- [15] K. Krabbenhøft and al., (2006). *Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs. International Journal of Solids and Structures*.
- [16] Y. Kanno, (2011). *Non smooth mechanics and convex optimization*. CRC Press.
- [17] A.U Raghunathan and LT Biegler (2018). *LDL<sup>T</sup> Direction Interior Point Method for Semidefinite Programming*. *SIAM Journal on Optimization*
- [18] AS Lewis (1996). *Derivatives of spectral functions*. *Mathematics of Operations Research*